

### **Programme de khôle MPSI n°6 - du 03/11/25 au 07/11/25**

#### 1. Nombres complexes

- Tout sauf l'interprétation géométrique.

#### 2. Structures algébriques

- Loi interne : associativité élément neutre / élément symétrique / commutativité
- Définition de groupe
- Définition de sous-groupe d'un groupe  $(G, \star)$  et caractérisation (Proposition 5)
- Morphismes de groupes : définition, image directe et image réciproque d'un sous-groupe, Ker, Im,  $f$  injectif  $\iff \text{Ker}(f) = \{e\}$
- Anneaux, morphismes d'anneaux
- Corps

#### 3. Fonctions usuelles et généralités

- Graphe d'une fonction, résolutions graphique d'équations/inéquations, tableau de variations
- Fonctions paires, impaires, périodiques
- Fonctions monotones, strictement monotones
- Fonctions majorées, minorées, bornées
- Fonctions usuelles : exp, ln, fonctions puissances, exponentielle de base  $a$ , logarithme de base  $a$
- Croissances comparées
- Fonctions réciproques des fonctions trigonométriques
- Fonctions hyperboliques

### **Questions de cours (démonstrations à connaître)**

#### • **Structures algébriques**

1. On note  $S_X$  l'ensemble des permutations d'un ensemble  $X$ . Montrer que  $(S_X, \circ)$  est un groupe. Montrer que si  $X$  possède au moins 3 éléments, alors ce groupe n'est pas commutatif.

#### • **Fonctions usuelles et généralités**

1. Soit  $A \subset \mathbb{R}$  symétrique par rapport à l'origine, et soit  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ . Montrer que  $f$  peut s'écrire comme somme d'une fonction paire et une fonction impaire.
2. Montrer que  $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geq 1 + x$
3. Montrer que  $\forall x \in [-1, 1], \arccos(x) + \arcsin(x) = \frac{\pi}{2}$ .
4. Montrer que  $\forall x > 0, \arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$ .