

Programme de khôlle MPSI n°6 - du 03/11/25 au 07/11/25**1. Nombres complexes**

- Tout sauf l'interprétation géométrique.

2. Structures algébriques

- Loi interne : associativité élément neutre / élément symétrique / commutativité
- Définition de groupe
- Définition de sous-groupe d'un groupe (G, \star) et caractérisation (Proposition 5)
- Morphismes de groupes : définition, image directe et image réciproque d'un sous-groupe, Ker , Im , f injectif $\iff \text{Ker}(f) = \{e\}$
- Anneaux, morphismes d'anneaux
- Corps

3. Fonctions usuelles et généralités

- Graphe d'une fonction, résolutions graphique d'équations/inéquations, tableau de variations
- Fonctions paires, impaires, périodiques
- Fonctions monotones, strictement monotones
- Fonctions majorées, minorées, bornées
- Fonctions usuelles : \exp , \ln , fonctions puissances, exponentielle de base a , logarithme de base a
- Croissances comparées
- Fonctions réciproques des fonctions trigonométriques
- Fonctions hyperboliques

Questions de cours (démonstrations à connaître)**• Structures algébriques**

1. On note S_X l'ensemble des permutations d'un ensemble X . Montrer que (S_X, \circ) est un groupe. Montrer que si X possède au moins 3 éléments, alors ce groupe n'est pas commutatif.

• Fonctions usuelles et généralités

1. Soit $A \subset \mathbb{R}$ symétrique par rapport à l'origine, et soit $f : A \rightarrow \mathbb{R}$. Montrer que f peut s'écrire comme somme d'une fonction paire et une fonction impaire.
2. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geq 1 + x$
3. Montrer que $\forall x \in [-1, 1], \arccos(x) + \arcsin(x) = \frac{\pi}{2}$.
4. Montrer que $\forall x > 0, \arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$.