

Programme de khôlle MPSI n°5 - du 13/10/25 au 17/10/25

1. Trigonométrie

- cercle trigonométrique, définition de sinus et cosinus
- symétries des fonctions sinus et cosinus
- formules d'addition pour sinus et cosinus (à connaître!)
- formules de duplication, de différence, de développement
- résolution d'équations et inéquations trigonométriques
- propriétés des fonctions sinus et cosinus (continuité, dérivabilité, parité/imparité, périodicité, bornes, valeurs remarquables)
- propriétés de la fonction tangente (continuité, dérivabilité, parité/imparité, périodicité, limites, valeurs remarquables)
- formules de $\cos(\alpha)$, $\sin(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$ en fonction de $\tan(\alpha/2)$
- Formules d'addition et soustraction pour la tangente

2. Nombres complexes

- Forme algébrique : somme, produit, module, conjugué
- Propriétés du module et de la conjugaison
- Inégalités satisfaites par le module : $\max(|\operatorname{Re}(z)|, |\operatorname{Im}(z)|) \leq |z| \leq |\operatorname{Re}(z)| + |\operatorname{Im}(z)|$ et inégalité triangulaire
- Racines carrées complexes (sous forme algébrique seulement)
- Résolutions d'équations de second degré à coefficients complexes
- Cercle unitaire, écriture trigonométrique et polaire
- Formules d'Euler
- Propriétés de $e^{i\theta}$
- Formule de De Moivre
- Linéarisation
- Angle moitié
- Formules de factorisation des cos et sin.
- **Les racines n -èmes complexes et l'interprétation géométrique des nombres complexes ne sont pas encore au programme**

Questions de cours (démonstrations à connaître)

• Nombres Complexes

1. Démontrer que $\boxed{\max(|\operatorname{Re}z|, |\operatorname{Im}z|) \leq |z| \leq |\operatorname{Re}z| + |\operatorname{Im}z|}$
2. Énoncer et démontrer l'inégalité triangulaire (sans traiter le cas d'égalité).
3. Énoncer, démontrer et interpréter géométriquement l'identité du parallélogramme. (exercice 1)
4. Montrer les formules pour $\cos(2\alpha)$ et $\sin(2\alpha)$ grâce à la formule de De Moivre.
5. Linéariser $\cos^2(\theta)$ et $\sin^2(\theta)$.