

Programme de khôlle MPSI n°4 - du 06/10/25 au 10/10/25

1. Nombres réels

- Propriétés des inégalités dans \mathbb{R}
- Majorants, minorants, maximum, minimum (pas encore de **borne sup** et **borne inf!!!**)
- Puissances réelles
- Partie entière d'un réel (notation $\lfloor x \rfloor$)
- Valeur absolue

2. Trigonométrie

- cercle trigonométrique, définition de sinus et cosinus
- symétries des fonctions sinus et cosinus
- formules d'addition pour sinus et cosinus (à connaître!)
- formules de duplication, de différence, de développement
- résolution d'équations et inéquations trigonométriques
- propriétés des fonctions sinus et cosinus (continuité, dérivabilité, parité/imparité, périodicité, bornes, valeurs remarquables)
- propriétés de la fonction tangente (continuité, dérivabilité, parité/imparité, périodicité, limites, valeurs remarquables)
- formules de $\cos(\alpha)$, $\sin(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$ en fonction de $\tan(\alpha/2)$
- Formules d'addition et soustraction pour la tangente

3. Nombres complexes

- Forme algébrique : somme, produit, module, conjugué
- Propriétés du module et de la conjugaison
- Inégalités satisfaites par le module : $\max(|\operatorname{Re}(z)|, |\operatorname{Im}(z)|) \leq |z| \leq |\operatorname{Re}(z)| + |\operatorname{Im}(z)|$ et inégalité triangulaire
- Racines carrées complexes (sous forme algébrique seulement)
- Résolution d'équations de second degré à coefficients complexes

Questions de cours (démonstrations à connaître)

• **Nombres Complexes**

1. Démontrer que $\boxed{\max(|\operatorname{Re}z|, |\operatorname{Im}z|) \leq |z| \leq |\operatorname{Re}z| + |\operatorname{Im}z|}$
2. Énoncer et démontrer l'inégalité triangulaire (sans traiter le cas d'égalité).
3. Énoncer, démontrer et interpréter géométriquement l'identité du parallélogramme. (exercice 1 du cours).