

**Programme de khôlle MPSI n°3 - du 29/09/25 au 03/10/25****1. Applications**

- notion de fonction (ensemble de définition, image, antécédent, image directe d'un ensemble, restriction, fonction identité, fonction caractéristique, composition, opérations entre fonctions)
- application injectives, surjectives, bijectives, fonction réciproque
- applications d'un ensemble fini  $E$  dans un ensemble fini  $F$  (injective  $\Rightarrow \text{Card}F \geq \text{Card}E$ , etc...), nombre d'applications (quelconques) possibles de  $E$  dans  $F$ . (**pas de dénombrement des fonctions injectives/surjectives/bijectives**)

**2. Systèmes d'équations linéaires**

- définitions
- méthode du pivot de Gauss
- ensemble de solutions d'un système
- systèmes à paramètres

**3. Relations d'ordre et relations d'équivalence**

- Définition : relation d'ordre (total ou pas)  
Exemples :  $(\mathbb{R}, \leq)$ ,  $(\mathbb{N}, |)$ ,  $(\mathcal{P}(\Omega), \subset)$ .
- Définition : relation d'équivalence  
Exemples : égalité, parallélisme, congruence modulo un entier, congruence modulo un réel
- Classes d'équivalence

**Questions de cours (démonstrations à connaître)****• Applications**

Soient  $E$ ,  $F$  et  $G$  trois ensembles et soient  $f : E \rightarrow F$  et  $g : F \rightarrow G$  deux applications.

1.  $f$  et  $g$  injectives  $\Rightarrow g \circ f$  injective.
2.  $g \circ f$  injective  $\Rightarrow f$  injective.
3.  $f$  et  $g$  surjectives  $\Rightarrow g \circ f$  surjective.
4.  $g \circ f$  surjective  $\Rightarrow g$  surjective.

**• Relations**

1. Montrer que " $|$ " ("divise") est une relation d'ordre sur  $\mathbb{N}$  (ce n'est pas un ordre total).
2. Savoir démontrer que une relation de congruence modulo un entier sur  $\mathbb{Z}$  est une relation d'équivalence.
3. Savoir démontrer que une relation de congruence modulo un réel sur  $\mathbb{R}$  est une relation d'équivalence.