

**Programme de khôlle MPSI n°2** - du 22/09/25 au 26/09/251. Calcul algébrique

- Calculs avec  $\Sigma$ 
  - somme des termes d'une suite arithmétique
  - somme des termes d'une suite géométrique
  - changements d'indices
  - sommes télescopiques...
  - **pas de sommes doubles!**
- Calculs avec  $\prod$ 
  - factorielle
  - passage du produit à une somme avec du logarithme
  - changements d'indices
  - produit télescopique...
- $\binom{n}{k}$  : formules, interprétation.
- Formule de Pascal
- Symétrie du triangle de Pascal
- Formule de Pascal généralisée (démonstration donnée comme exercice)
- Formule du binôme de Newton.

2. Applications

- notion de fonction (ensemble de définition, image, antécédent, image directe d'un ensemble, restriction, fonction identité, fonction caractéristique, composition, opérations entre fonctions)
- application injectives, surjectives, bijectives, fonction réciproque
- applications d'un ensemble fini  $E$  dans un ensemble fini  $F$  (injective  $\Rightarrow \text{Card}F \geq \text{Card}E$ , etc...), nombre d'applications (quelconques) possibles de  $E$  dans  $F$ . (**pas de dénombrement des fonctions injectives/surjectives/bijjectives**)

**Questions de cours (démonstrations à connaître)****• Calcul algébrique** (soit  $n \in \mathbb{N}^*$ )

1. Formules et démonstrations pour  $\sum_{k=0}^n x^k$  (faire la disjonction de cas :  $x = 1$ ,  $x \neq 1$ ).
2. Énoncer et démontrer la formule de Pascal.

**• Applications**

Soient  $E$ ,  $F$  et  $G$  trois ensembles et soient  $f : E \rightarrow F$  et  $g : F \rightarrow G$  deux applications.

1.  $f$  et  $g$  injectives  $\Rightarrow g \circ f$  injective.
2.  $g \circ f$  injective  $\Rightarrow f$  injective.
3.  $f$  et  $g$  surjectives  $\Rightarrow g \circ f$  surjective.
4.  $g \circ f$  surjective  $\Rightarrow g$  surjective.