

Programme de khôlle MPSI n°2 - du 22/09/25 au 26/09/25**1. Calcul algébrique**

- Calculs avec Σ
 - somme des termes d'une suite arithmétique
 - somme des termes d'une suite géométrique
 - changements d'indices
 - sommes télescopiques...
 - **pas de sommes doubles!**
- Calculs avec \prod
 - factorielle
 - passage du produit à une somme avec du logarithme
 - changements d'indices
 - produit télescopique...
- $\binom{n}{k}$: formules, interprétation.
- Formule de Pascal
- Symétrie du triangle de Pascal
- Formule de Pascal généralisée (démonstration donnée comme exercice)
- Formule du binôme de Newton.

2. Applications

- notion de fonction (ensemble de définition, image, antécédent, image directe d'un ensemble, restriction, fonction identité, fonction caractéristique, composition, opérations entre fonctions)
- application injectives, surjectives, bijectives, fonction réciproque
- applications d'un ensemble fini E dans un ensemble fini F (injective $\Rightarrow \text{Card}F \geq \text{Card}E$, etc...), nombre d'applications (quelconques) possibles de E dans F . (**pas de dénombrement des fonctions injectives/surjectives/bijectives**)

Questions de cours (démonstrations à connaître)**• Calcul algébrique** (soit $n \in \mathbb{N}^*$)

1. Formules et démonstrations pour $\sum_{k=0}^n x^k$ (faire la disjonction de cas : $x = 1$, $x \neq 1$).
2. Énoncer et démontrer la formule de Pascal.

• Applications

Soient E , F et G trois ensembles et soient $f : E \rightarrow F$ et $g : F \rightarrow G$ deux applications.

1. f et g injectives $\Rightarrow g \circ f$ injective.
2. $g \circ f$ injective $\Rightarrow f$ injective.
3. f et g surjectives $\Rightarrow g \circ f$ surjective.
4. $g \circ f$ surjective $\Rightarrow g$ surjective.