

Programme de khôlle MPSI n°12 - du 05/01/26 au 09/01/26**1. Suites numériques**

- Définitions : suite, suite monotone, suite bornée, suite stationnaire ...
- Définitions : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \pm\infty$
- Toute suite convergente est bornée
- Unicité de la limite
- Passage à la limite des inégalités
- Opérations sur les limites
- Théorème des gendarmes, théorème d'encadrement
- Suites de référence, croissances comparées
- Théorème de la limite monotone
- Suites adjacentes et conséquences
- Suites extraites :
 - si $u_n \rightarrow \ell \in \mathbb{R}$ alors toute suite extraite $v_n \rightarrow \ell$
 - si $u_{2n} \rightarrow \ell$ et $u_{2n+1} \rightarrow \ell$ alors $u_n \rightarrow \ell$.
- Théorème de Bolzano-Weierstrass (énoncé seulement)
- Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques
- Limite de $\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$ (sans démonstration)
- Suites définies par une relation de récurrence : $u_{n+1} = f(u_n)$
- Suites récurrentes linéaires d'ordre 2
- Suites implicites
- Suites complexes

2. Limites et continuité

- Limite en un point, continuité en un point
- Limites à droite/à gauche en un point, continuité à droite/à gauche en un point.
- Limites en $\pm\infty$
- Unicité de la limite

Questions de cours (démonstrations à connaître)**• Suites**

1. **Connaître les définitions! En particulier les deux définitions encadrées (page précédente)**
2. Toute suite convergente est bornée.
3. Si une suite est convergente, alors sa limite est unique.
4. Si (u_n) est bornée et (v_n) tend vers 0, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = 0$.
5. Si $u_n \rightarrow 0$ et $v_n \rightarrow 0$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = 0$
6. Si $u_n \rightarrow \ell$ et $v_n \rightarrow \ell'$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \lambda u_n + \mu v_n = ?$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = ?$ (énoncé et démonstration).
7. Toute suite croissante et majorée converge.
8. Toute suite croissante non majorée diverge vers $+\infty$.

• Limites, continuité

1. **Définitions du cours :** limites finies/infinies pour $x \rightarrow a, x \rightarrow \pm\infty$, continuité en un point, limite à droite/gauche, continuité à droite/gauche, prolongement par continuité
2. Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$ alors f est bornée au voisinage de a .
3. Unicité de la limite