EXERCICE 34

On remarque tout d'abord que

$$\lfloor 2x \rfloor = \begin{cases} 2\lfloor x \rfloor & \text{si } \mathrm{Frac}(x) < \frac{1}{2} \\ 2\lfloor x \rfloor + 1 & \text{si } \mathrm{Frac}(x) \geqslant \frac{1}{2} \end{cases}$$

Avec $\mathrm{Frac}(x) = x - \lfloor x \rfloor$ la partie fractionnaire de x.
On fait donc une disjonction de cas pour résoudre l'équation donnée :

- Si $\mathrm{Frac}(x) < \frac{1}{2}$:

  on note n la partie entière de x et on obtient l'équation :

  $$2n - 1 = n - 4$$

  dont l'unique solution est $n = -3$. On en déduit que dans ce cas les solutions de l'équation initialie sont les réels x tels que $x \in [-3; -2{,}5[$

- Si $\mathrm{Frac}(x) \geqslant \frac{1}{2}$:

  on note n la partie entière de x et on obtient l'équation :

  $$2n = n - 4$$

  dont l'unique solution est $n = -4$. On en déduit que dans ce cas les solutions de l'équation initialie sont les réels x tels que $x \in [-3{,}5; -3[$.

En faisant la réunion des deux intervalles trouvés auparavant on obtient que l'ensemble des solutions de l'équation donnée est :

$$\boxed{S = [-3{,}5; -2{,}5[\,.}$$